

# Lógica Proposicional: Ejercicios de Deducción Natural (2019)

---

## Ejercicio 1.

Demostrar con deducción natural

$$T [ ( ( \neg p \vee \neg q ) \rightarrow ( \neg p \wedge r ) ) ] \vdash \neg q \vee ( p \vee r )$$

## Ejercicio 2.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash ( p \wedge q \rightarrow \neg r ) \wedge ( p \vee q \rightarrow r ) \rightarrow ( p \rightarrow \neg q )$$

## Ejercicio 3.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ ( p \rightarrow r ) \vee ( q \rightarrow s ) ] \vdash ( p \wedge q ) \rightarrow ( r \vee s )$$

## Ejercicio 4.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ r \vee p \vee q \rightarrow r \vee \neg t , p \rightarrow s , t \rightarrow p \vee q , \neg s \rightarrow \neg q ] \vdash t \rightarrow r \wedge s$$

## Ejercicio 5.

Demostrar la siguiente deducción mediante deducción natural justificando cada paso:

$$T [ p \vee \neg q \rightarrow r ] \vdash \neg r \wedge p \rightarrow \neg q$$

(No se puede utilizar tablas de verdad, resolución ni análisis semántico)

### Ejercicio 6.

Demostrar con deducción natural:

- (1)  $T [ \neg p \rightarrow r, s \vee (q \vee t), q \rightarrow \neg r, r \rightarrow \neg t ] \vdash p \vee s$
- (2)  $T [ t, p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg (q \wedge r) ] \vdash q \rightarrow \neg p \wedge s$
- (3)  $T [ \neg p \vee (r \wedge \neg t), \neg s \rightarrow p ] \vdash p \rightarrow ((q \vee r \rightarrow \neg p) \rightarrow s)$

### Ejercicio 7.

Demostrar con deducción natural:

- (1)  $T [ p \vee (q \wedge s) \rightarrow r ] \vdash p \rightarrow r$
- (2)  $T [ (p \rightarrow q) \wedge t, (r \vee p) \wedge \neg q, \neg t \leftrightarrow \neg s ] \vdash r \wedge s$

### Ejercicio 8.

Pasar a forma clausular, indicando cada paso y después utiliza el método de resolución por demostrar la siguiente argumentación:

$$T [ \neg p \leftrightarrow q, (r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s), p \rightarrow \neg(\neg q \wedge \neg r) \wedge \neg r ] \vdash r \vee s \rightarrow s \wedge \neg p$$

### Ejercicio 9.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ q \rightarrow r ] \vdash (p \vee q) \rightarrow (p \vee r)$$

### Ejercicio 10.

Demostrar mediante **Deducción Natural**, justificando adecuadamente cada uno de los pasos dados, que la siguiente estructura deductiva es correcta:

$$T [ p \rightarrow \neg t, q \wedge \neg s \rightarrow r, \neg(q \wedge r) ] \vdash q \wedge t \rightarrow \neg p \wedge s$$

### Ejercicio 11.

Demostrar la siguiente deducción mediante deducción natural justificando cada paso:

$$T [ \neg p \vee q, q \vee r \rightarrow s, \neg r \rightarrow p ] \vdash s$$

### Ejercicio 12.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ (p \wedge q) \rightarrow r, r \wedge s \rightarrow t ] \vdash ((p \wedge q) \wedge s) \rightarrow t$$

### Ejercicio 13.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (p \wedge q \rightarrow r)$$

### Ejercicio 14.

Demostrar con deducción natural:

$$\begin{aligned} (1) & T [ (p \rightarrow q) \wedge t, (r \vee p) \wedge \neg q, \neg t \leftrightarrow \neg s ] \vdash r \wedge s \\ (2) & T [ p \wedge q \rightarrow r, \neg p \vee r \rightarrow s, \neg s \vee (r \wedge q) ] \vdash q \rightarrow r \vee s \end{aligned}$$

### Ejercicio 15.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ p \rightarrow (q \vee \neg r), \neg r \leftrightarrow \neg t, \neg(p \rightarrow \neg s) \rightarrow t ] \vdash p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$$

### Ejercicio 16.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ (\neg p \leftrightarrow q) \rightarrow r, (r \wedge s) \rightarrow t ] \vdash ((\neg p \leftrightarrow q) \wedge s) \rightarrow t$$

### Ejercicio 17.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow s, r \rightarrow s, \neg s ] \vdash \neg p$$

### Ejercicio 18.

Demostrar la siguiente deducción con el cálculo de deducción natural, justificando cada paso.

$$T [ p \rightarrow q, \neg r \rightarrow \neg q, r \rightarrow \neg s ] \vdash \neg s \vee \neg p$$

### Ejercicio 19.

Probar  $\{ p \rightarrow \neg q \vee r \} \models q \rightarrow \neg ( p \wedge \neg r )$

- (a) Semánticamente, con el concepto de consecuencia lógica.
- (b) Construyendo una demostración con las reglas del cálculo de Deducción Natural y justificando el resultado con el teorema de validez.

### Ejercicio 20.

Demostrar con deducción natural

$$\vdash ( (p \rightarrow (q \wedge \neg r)) \rightarrow p ) \rightarrow p$$

### Ejercicio 21.

Demostrar la corrección del siguiente razonamiento usando el método de deducción natural.

$$T [ q \rightarrow s, \neg s \rightarrow (\neg p \rightarrow s), r \wedge \neg t \rightarrow q \vee \neg p, \neg t, p \rightarrow q ] \vdash r \rightarrow s$$

### Ejercicio 22.

Demostrar con Deducción Natural:

$$T [ p \rightarrow r, q \rightarrow r ] \vdash (p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$$

### Ejercicio 23.

Demostrar con deducción natural:

$$(1) T [ p \rightarrow \neg q, \neg ( r \wedge \neg p ) ] \vdash q \rightarrow \neg r$$

$$(2) T [ p \vee q, p \rightarrow r, \neg s \rightarrow \neg q ] \vdash r \vee s$$

#### Ejercicio 24.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ \neg p \rightarrow \neg q ] \vdash (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p$$

#### Ejercicio 25.

Probar con Deducción Natural:

$$T [ A \leftrightarrow B ] \vdash (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

#### Ejercicio 26.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ \neg p \rightarrow \neg s, \neg p \vee r, r \rightarrow \neg t ] \vdash \neg s \vee \neg t$$

#### Ejercicio 27.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ \neg A \vee \neg B, C \rightarrow A, D \rightarrow B ] \vdash \neg C \vee \neg D$$

#### Ejercicio 28.

Demostrar con deducción natural:

$$T [ \neg p \vee q, q \vee r \rightarrow s, \neg r \rightarrow p ] \vdash s$$

#### Ejercicio 29.

Dar una demostración de  $(p \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg p$  a partir de las premisas  $p \rightarrow q$  y  $q \rightarrow r$

### Ejercicio 30.

Demostrar con deducción natural:

$$\vdash (p \rightarrow \neg q) \wedge \neg (r \wedge \neg p) \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$$